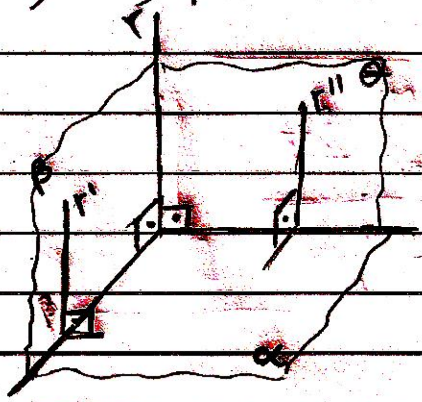
Seg Ter Qua Qui Sex Sáb Dom / /

10) Mostre que um plano é perpendicular a dois planos secantes se, e somente se, ele é perpendicular à reta interseção dos dois planos.

Sol: ($\Rightarrow$) Hip.: $\alpha \perp \beta$ e $\alpha \perp \theta$ e, ainda, $\beta \cap \theta = r$

Tese: $\alpha \perp r$



Como $\alpha \perp \beta$, então existe $r' \subset \beta$; $r' \perp \alpha$.

Da mesma forma, $\alpha \perp \theta$ então existe $r'' \subset \theta$; $r'' \perp \alpha$.

Note que $r' // r''$, pois ambas são perpendiculares ao plano α.

Por hipótese, $\beta \cap \theta = r$. Segue que $r' // r$ e $r'' // r$, pois sabemos que "duas retas contidas em planos secantes são paralelas se, e somente se, elas são paralelas à reta interseção dos planos"

Sendo assim, $\begin{matrix} r' // r \\ r' \perp \alpha \end{matrix}$ e $\begin{matrix} r'' // r \\ r'' \perp \alpha \end{matrix}$ implica em $r \perp \alpha$.

($\Leftarrow$) Hip.: $\alpha \perp r$ sendo $r = \beta \cap \theta$

Tese: $\alpha \perp \beta$ e $\alpha \perp \theta$

Como $\left.\begin{matrix} r \subset \beta \\ r \perp \alpha \end{matrix}\right\} \Rightarrow \alpha \perp \beta$. Analogamente, $\left.\begin{matrix} r \subset \theta \\ r \perp \alpha \end{matrix}\right] \theta \perp \alpha$