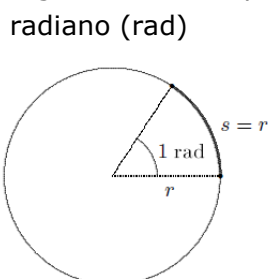
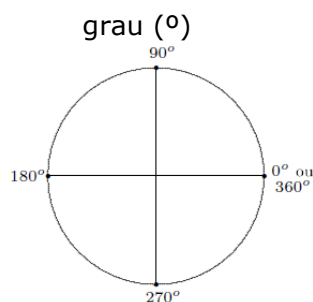


	<b>IFRN - INSTITUTO FEDERAL DE EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA DO RN</b> <a href="http://www.ifrn.edu.br">www.ifrn.edu.br</a>
	<b>2º ANO DE MATEMÁTICA _ 1ª ETAPA DO 3º BIMESTRE</b>
	<b>PROFESSOR: LUCIANO NÓBREGA</b> <a href="http://www.professorlucianonobrega.wordpress.com">www.professorlucianonobrega.wordpress.com</a>
<b>ALUNO(A):</b> _____	

## Ângulos e Arcos.

As unidades de medida restringem-se a duas principais:



**Def.: 1 radiano é a medida de um arco cujo comprimento é igual ao comprimento do raio.**

$$\alpha = \frac{\widehat{AB}}{r} \Leftrightarrow \widehat{AB} = r\alpha, \text{ sendo } \alpha \text{ em radiano.}$$

**Q1)** Determine a medida dos ângulos, em radianos, tais que:

a)  $r = 5 \text{ cm}$  e  $\widehat{AB} = 20 \text{ cm}$

b)  $r = 4 \text{ cm}$  e  $\widehat{CD} = 22$

c)  $r = 7$  e  $\widehat{EF} = 22 \text{ cm}$

**Q2)** Determine a medida do arcos tais que:

a)  $r = 5 \text{ cm}$  e  $\alpha = \pi/4$

b)  $r = 4 \text{ cm}$  e  $\beta = 3\pi/4$

c)  $r = 7$  e  $\gamma = \pi/14$

O Número  $\pi$

Dada uma circunferência de raio "r" e diâmetro "d", o número  $\pi$  é definido como a razão do comprimento "C" da circunferência pelo seu diâmetro "d", isto é,  $\pi = \frac{C}{d} = \frac{C}{2r} \Rightarrow C = 2\pi r$

**Q3)** Determine a medida de uma circunferência de raio:

a) 3 cm

b) 10 cm

c) 1 cm

d)  $1/\pi$  cm

**Q4)** Considere uma circunferência de raio "1" e estabeleça uma relação entre radianos e graus.

### Conversão: Grau $\Leftrightarrow$ Radiano.

**Q5)** Determine a medida em radianos equivalente a:

a)  $180^{\circ}$

b)  $90^{\circ}$

c)  $270^{\circ}$

d)  $45^{\circ}$

e)  $135^{\circ}$

f)  $150^{\circ}$

g)  $210^{\circ}$

h)  $225^{\circ}$

i)  $315^{\circ}$

j)  $(57,32)^{\circ}$

**Q6)** Determine a medida em graus equivalente a:

a)  $\frac{\pi}{4}$  rad

b)  $\frac{3\pi}{2}$  rad

c)  $\frac{9\pi}{6}$  rad

d)  $\frac{\pi}{18}$  rad

e) 1 rad

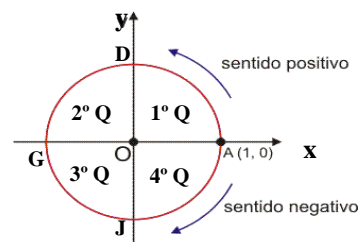
// Lembre-se:  $\pi \text{ rad} = 180^{\circ}$  e  $\pi \approx 3,14$

**Q7)** Sobre uma circunferência de raio 10, marca-se um arco  $\widehat{AB}$  tal que a corda  $\overline{AB}$  mede 10. Qual a medida do arco em radianos?

**Q8)** Determine, em radianos, a medida dos arcos "a" e "b" tais que  $a - b = 15^\circ$  e  $a + b = 7\pi/4$ .

### Ciclo Trigonométrico.

No plano cartesiano, considere uma circunferência de centro (0, 0), de raio "1" e o ponto A = (1,0).



Convencionou-se que:

- O ponto A = (1, 0) é a origem de TODOS os arcos;
- Sentido anti-horário → Arco positivo e sentido horário → Arco negativo
- Os eixos x e y dividem o plano em 4 quadrantes;
- Os pontos A, D, G, J e O não estão em nenhum dos quadrantes.

**Q9)** No ciclo trigonométrico acima, determine em graus e em radianos, os ângulos: AOD, AOG e AOJ. Nos dois sentidos (positivo e negativo).

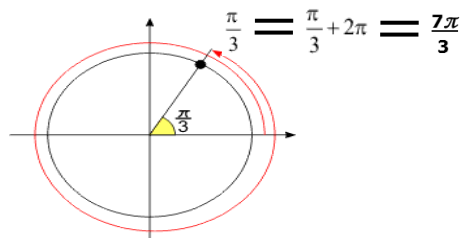
**Q10)** Desenhe o ciclo trigonométrico e divida-o em 12 partes iguais considerando o ponto A(1, 0). Determine os ângulos (em graus e radianos) correspondentes a cada um destes pontos.

A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L

**Q11)** No ciclo trigonométrico da Q10, marque os pontos correspondentes aos ângulos M =  $\pi/4$ , N =  $3\pi/4$ , P =  $5\pi/4$  e Q =  $7\pi/4$ .

### Ângulos Côngruos.

DEFINIÇÃO → Arcos Côngruos são arcos que possuem a mesma extremidade.



**Q12)** Nos itens abaixo, determine o arco côngruo de primeira volta e seu respectivo quadrante.

- a)  $685^\circ$       b)  $780^\circ$       c)  $-4000^\circ$       d)  $15\pi/2$       e)  $-23\pi/3$       f)  $22/7$

**Q13) (UFPA)** Quantos são os arcos côngruos a  $420^\circ$  compreendidos entre os arcos trigonométricos de medidas  $1000^\circ$  e  $6400^\circ$ ?

### Trigonometria na Circunferência.

Considere uma circunferência de raio 1.

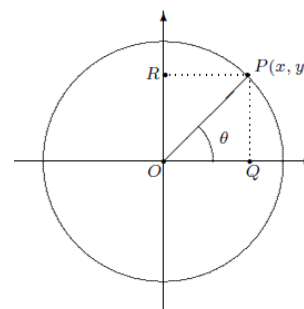
No triângulo OPQ, temos:

$$\text{sen } \theta = \frac{PQ}{OP} = \frac{PQ}{1} = PQ = y \Rightarrow \boxed{\text{sen } \theta = y}$$

$$\text{e } \cos \theta = \frac{OQ}{OP} = \frac{OQ}{1} = OQ = x \Rightarrow \boxed{\cos \theta = x}$$

OBSERVAÇÕES:

- Na circunferência trigonométrica, **o cosseno de um ângulo é a abscissa x** e **o seno de um ângulo é a ordenada y**. Portanto,  $\boxed{P(x, y) = P(\cos \theta, \text{sen } \theta)}$
- O eixo x, das abscissas, passa a se chamar também de eixo dos cossenos
- e o eixo y, das ordenadas, denomina-se eixo dos senos.

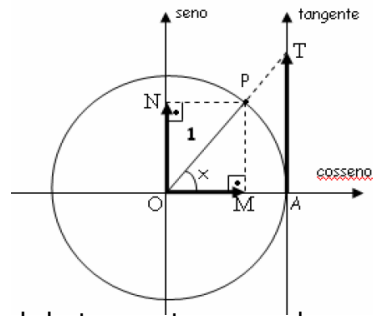


**Q14)** Determine o sinal do seno e do cosseno em cada quadrante.

Observe a figura ao lado:

$$\operatorname{tg} x = \frac{PM}{OM} = \frac{TA}{OA} = \frac{TA}{1} = TA \Rightarrow \operatorname{tg} x = TA$$

Por isso, o eixo onde está inserido o segmento TA é denominado por eixo das tangentes.

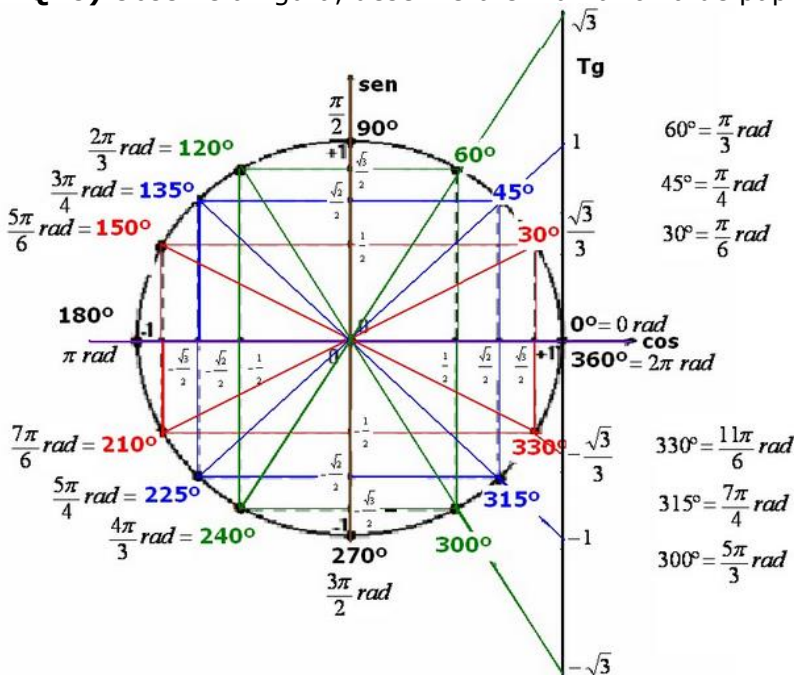


**Q15)** Com base nas respostas dadas na Q14, determine o sinal da tangente em cada quadrante.

### Valores Notáveis na Circunferência.

Faça a questão 16 em uma folha de ofício. Se você fizer, poderá utilizar essa folha durante a prova.

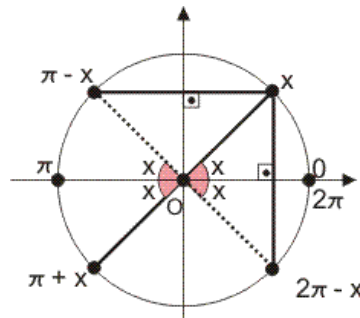
**Q16)** Observe a figura, desenhe-a em uma folha de papel ofício e preencha a tabela:



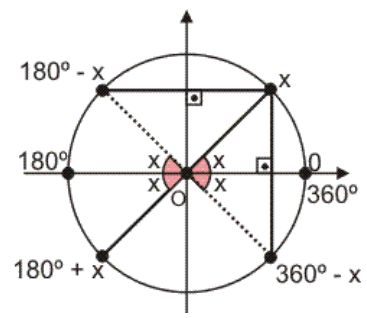
Ângulo	Seno	Cosseno	Tangente
0°			
30°			
45°			
60°			
90°			
120°			
135°			
150°			
180°			
210°			
225°			
240°			
270°			
300°			
315°			
330°			
360°			

### Redução ao 1º Quadrante.

EM RADIANOS



EM GRAUS



É conveniente associarmos um arco de qualquer quadrante a um arco do 1º quadrante.

**Q17)** Reduza os seguintes ângulos ao 1º quadrante e determine seus valores de sen, cos e tg.  
 a) 150°    b)  $\frac{5\pi}{4}$     c) 300°    d)  $\frac{11\pi}{6}$     e) 135°    f)  $\frac{10\pi}{3}$     g) 2730°

**Q18) (UFRS)** Considere as afirmativas abaixo.

- I)  $\operatorname{tg} 92^\circ = -\operatorname{tg} 88^\circ$     II)  $\operatorname{tg} 178^\circ = \operatorname{tg} 88^\circ$     III)  $\operatorname{tg} 268^\circ = \operatorname{tg} 88^\circ$     IV)  $\operatorname{tg} 272^\circ = -\operatorname{tg} 88^\circ$

Estão CORRETAS APENAS:

- A) I e III.    B) III e IV.    C) I, II e IV.    D) I, III e IV.    E) II, III e IV.

**Q19) (Mackenzie)** Analise as afirmações:

- I)  $\cos 225^\circ < \cos 215^\circ$     II)  $\operatorname{tg} (\frac{5\pi}{12}) > \operatorname{sen} (\frac{5\pi}{12})$     III)  $\operatorname{sen} 160^\circ > \operatorname{sen} 172^\circ$

Das afirmações acima:

- A) todas são verdadeiras.    B) todas são falsas.    C) só II e III são verdadeiras.    D) só II é verdadeira.    E) só I e II são verdadeiras.

**Q20)** Determine A, sendo  $A = \cos 1^\circ + \cos 2^\circ + \cos 3^\circ + \dots + \cos 177^\circ + \cos 178^\circ + \cos 179^\circ$ .

**Q21)** Construa o gráfico das funções seno, cosseno e tangente.

**Q22) (IFRN)** O número  $N = \frac{3\cos 180^\circ - 4\operatorname{sen} 210^\circ + 2\operatorname{tg} 135^\circ}{6\operatorname{sen} 225^\circ}$  pertence ao intervalo

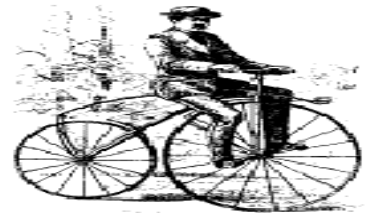
- A)  $] -4, -3 [$       B)  $[ -3, -2 [$       C)  $[ -2, -1 ]$       D)  $] -1, 0 ]$       E)  $] 0, 1 [$

**Q23) (UFRS)** Os ponteiros de um relógio marcam duas horas e vinte minutos. O menor ângulo entre os ponteiros é:

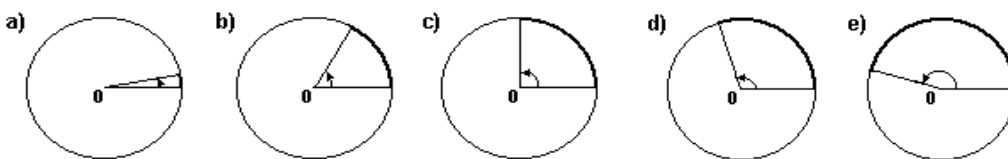
- A)  $45^\circ$       B)  $50^\circ$       C)  $55^\circ$       D)  $60^\circ$       E)  $65^\circ$

**Q24) (UFRN)** No protótipo antigo de uma bicicleta, conforme figura abaixo, a roda maior tem 55 cm de raio e a roda menor tem 35 cm de raio. O número mínimo de voltas completas da roda maior para que a roda menor gire um número inteiro de vezes é:

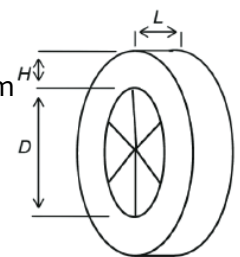
- A) 5 voltas.      B) 7 voltas.      C) 9 voltas.      D) 11 voltas



**Q25) (UFRS)** Dentre os desenhos abaixo, aquele que representa o ângulo que tem medida mais próxima de 1 radiano é:



**Q26)** O conjunto roda/pneu da figura ao lado tem medida 300/75-R22. O número 300 indica a largura L, em mm, da banda de rodagem, 75 refere-se à porcentagem que a altura h do pneu representa da banda de rodagem e 22 refere-se ao diâmetro D, em polegadas, da roda. Nessas condições, determine o número de voltas necessárias para que o conjunto roda/pneu descrito percorra, sem derrapagem, 3,14 km. Dado:  $1'' = 0,025 \text{ m}$



**Q27) (Unicamp-SP)** Uma pessoa, caminhando em volta de uma praça circular, ao percorrer 126 metros descreve um arco de  $160^\circ$ . O diâmetro da praça, em metros, é aproximadamente:

- A) 70      B) 80      C) 90      D) 110

**Q28) (Mackenzie-SP)** A menor determinação positiva de  $-4900^\circ$  é:

- A)  $100^\circ$       B)  $140^\circ$       C)  $300^\circ$       D) NDA

**Q29)** Sabendo que  $\operatorname{sen} x = \frac{3}{4}$  e que x é um arco do 2º quadrante, então  $\operatorname{cos} x$  vale:

- A)  $\frac{-\sqrt{7}}{2}$       B)  $-\sqrt{\frac{7}{2}}$       C)  $\sqrt{\frac{2}{7}}$       D)  $\pi\sqrt{2}$

**Q30) (Cesgranrio)** O valor de  $\operatorname{cos} \left( \frac{\pi}{3} + \frac{\pi}{6} + \frac{\pi}{12} + \dots \right)$  é:

- A)  $\frac{-\sqrt{3}}{2}$       B)  $-\frac{1}{2}$       C) -1      D) zero